

1. Цель работы

Познакомиться с возможностями системы MATLAB. Использовать данный инструмент для визуализации траекторий движения материальной точки в поле симметризованного потенциала. Освоить возможности использования в работе инженера-исследователя интерактивных документов MATLAB.

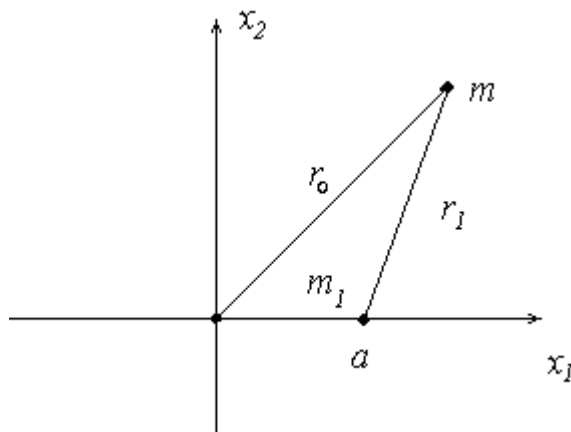
Задание 5.1

Для расчёта траектории движения использовать потенциал внешних сил:

$$\varphi_{pr} = -\frac{1}{r_0} - \frac{a^2}{r_1^2}, \text{ где } r_1^2 = (w-1)$$

при $a=1$

Силовые центры располагаются в точках $[1;0]$, $[0;0]$



2. Введение

В современной периодической научной литературе [1] отмечаются попытки описания движений материальных объектов с помощью так называемого "вихревого уравнения движения".

Под вихревыми уравнениями движения обычно подразумеваются уравнения гидродинамического типа, - либо собственно уравнение Эйлера для идеальной жидкости [2], либо его обобщение в форме уравнения Ламба [3].

Отмеченные попытки представляют интерес, главным образом, потому, что они составляют определенную альтернативу уравнению движения Ньютона применительно к описанию движения точечных объектов, где уравнение Ньютона всегда имело монополию.

Главная особенность "вихревого описания" применительно к точечным объектам состоит в том, что в результате такого описания возникают не отдельные, как это характерно для ньютоновского подхода, траектории, а сразу бесконечные и всюду плотные *семейства виртуальных* (т. е. всех возможных при указанных в условиях задачи определенных ограничениях) траекторий материальной точки.

Это становится возможным, однако, благодаря введению некоторых вполне определенных и не очень обременительных ограничений на классы рассматриваемых движений. А именно, рассматриваются только такие плоские движения, геометрическая картина которых при бесконечном времени их экспозиции может быть предложена с помощью конформных преобразований на комплексной плоскости, отображающей плоскость реальных движений точечного объекта на вещественной координатной плоскости.

В связи с этим встает задача математического моделирования подобных движений с использованием достаточно мощных современных компьютерных технологий, предлагаемых системой MatLab, снабженной приложением ToolBox Sym Math.

Цель настоящей курсовой работы состоит в том, чтобы продемонстрировать эти возможности и применить их к решению задачи "вихревого описания" движений точечного объекта с нулевым гамильтонианом в поле внешних сил с потенциалом

$$\varphi = -r_0^\alpha, (\alpha = b), \quad (1)$$

где r_0 - расстояние от силового центра (начала координат) до материальной точки, показатель степени α (число b) указывается преподавателем в задании. Дополнительным ограничением на движения точечного объекта является то, что полная энергия объекта в любой момент времени и в любой точке на траектории равна нулю (нулевой гамильтониан), что указывает на консервативность рассматриваемой динамической системы.

3. Постановка задачи

Рассмотрим вихревое уравнение (2) в стационарном случае [1], когда отсутствует явная зависимость вектора скорости V материальной точки от времени:

$$\text{grad}H - [V \times \text{rot}V] = 0, \quad (2)$$

где H - нормированный к её массе гамильтониан:

$$H = \frac{1}{2}V^2 + \varphi, \quad (3)$$

Ограничение стационарным случаем означает следующее.

При произвольно задаваемой зависимости потенциальной функции от расстояния до материальной точки мы хотим безотносительно к каким-либо начальным условиям её движения, но при тех или иных предположениях относительно возможных значений гамильтониана, найти полное семейство её траекторий, которое при заданных значениях гамильтониана находится во взаимно однозначной связи с заданным потенциалом внешних сил.

Ясно, что после определения полной геометрической картины движения, которая может возникнуть либо при бесконечном времени его экспозиции (например, для инфинитных движений), либо (для периодических движений) - при конечном (в обоих случаях время

исключается), установить временное расписание движения точки по заранее определённым семейству траекторий уже не представляет большой задачи. Для этого достаточно указать конкретные и совместимые с найденным семейством траекторий предельные условия движения в пространстве и времени.

Следующее ограничение связано с тем, что для простоты мы будем рассматривать не все возможные для данного потенциала движения, а лишь определённый их класс, семейства траекторий которых удовлетворяет одному условию. Именно, мы будем рассматривать плоские движения по двум взаимно ортогональным семействам геодезических, характеризующихся равенством компонент фундаментального метрического тензора (равенством соответствующих коэффициентов Ламе):

$$g_{11} = g_{22} \equiv g \quad (4)$$

в любой точке евклидова пространства.

Это последнее условие принято для того, чтобы свести задачу об отыскании геодезических к теории функций комплексного переменного.

Радиус-вектор точки $\mathbf{r}$ с координатами x_1, x_2 на плоскости движения выражается как

$$r = \text{grad } r_0^2 / 2, \quad (5)$$

где r_0 - расстояние от начала до точки.

Следовательно, радиус-вектор точки в любой системе координат с началом в какой-либо неподвижной точке O есть безвихревой вектор:

$$\text{rot } r = 0,$$

при этом что для плоских движений

$$\text{div } r = 2. \quad (6)$$

В декартовой системе имеем разложение вектора $\mathbf{r}$ по её ортам x_{01}, x_{02} :

$$r = x_1(\eta, \xi)x_{01} + x_2(\eta, \xi)x_{02}, \quad (7)$$

где функции $x_{1,2}$ в любой ортогональной системе координат цилиндрического типа (η, ξ, x_3)

должны удовлетворять вследствие соотношений (5) и (6) уравнению

$$\Delta r_0^2 = 4, \quad (8)$$

где Δ - оператор Лапласа в криволинейной системе.

Для систем, характеризующихся соотношением (4), где $g_{11} = g_{\eta\eta}, g_{22} = g_{\xi\xi}$, уравнение (8) удовлетворяется, в частности, если функции $x_{1,2}(\eta, \xi)$ - гармонические.

Это означает, что декартовы компоненты вектора $\mathbf{r}$ подчиняются условиям Коши-Римана:

$$\frac{\partial x_1}{\partial \eta} = \frac{\partial x_2}{\partial \xi}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial \xi} = -\frac{\partial x_2}{\partial \eta},$$

откуда следует, что плоский вектор $\mathbf{r}$ можно рассматривать как аналитическую функцию

$$W = x_1(\eta, \xi) + ix_2(\eta, \xi), \quad (10)$$

на комплексной плоскости $\theta = \eta + i\xi$. Следовательно, задачу интегрирования уравнения в частных производных (2) следует попытаться свести к задаче отыскания аналитической функции W одной переменной θ .

В целом проблема состоит в том, чтобы отобразить векторное уравнение (2) на комплексную плоскость W и получить там квадратуры относительно этой комплексной функции, аналитически отображающей, согласно формулам (7) и (10), бесконечные семейства ($\eta = const, \xi = const$) всех возможных в данных обстоятельствах траекторий.

Будем представлять, таким образом, уравнение (2) в криволинейных ортогональных системах координат цилиндрического типа, для которых, во-первых, выполнено условие (4), во-вторых, $g_{33} = 1$ и, в-третьих, любой орт системы можно выразить через два других согласно формуле:

$$[\eta_0 \times \xi_0] = x_{03}, \quad (11)$$

где действует правило циклической перестановки.

Входящий в уравнение (10) вектор скорости $\mathbf{V}$ в общем случае разлагается по ортам плоскости движения:

$$V = V_1 \eta_0 + V_2 \xi_0.$$

Однако принципиально важным является то, что координатные линии $\eta, \xi = const$ будут рассматриваться нами как геодезические, т. е. линии, по которым только и могут осуществляться движения материальной точки. Следовательно, конечно не вообще, но при указанных значениях гамильтониана, возможны лишь два вида взаимно ортогональных движений по линиям $\xi = const$ и $\eta = const$, соответственно:

$$V = V_1 \eta_0, \quad (a)$$

$$V = V_2 \xi_0. \quad (b)$$

Вихревое уравнение (2) в этих обстоятельствах значительно упрощается. Прежде чем записать его, выпишем сначала с учётом условия (4) и формулы (11) отдельно его первое и второе слагаемые для обоих случаев движений (a) и (b):

$$gradH = \frac{1}{\sqrt{g}} \left\{ \frac{\partial H}{\partial \eta} \eta_0 + \left[\frac{\partial \left(\frac{1}{2} V_1^2 \right)}{\partial \xi} + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right] \xi_0 \right\}, \quad (12a)$$

$$[V \times rot V] = -\frac{V_1}{g} \frac{\partial(\sqrt{g}V_1)}{\partial \xi} [\eta_0 \times x_{03}] = \frac{1}{\sqrt{g}} \left[\frac{1}{2} V_1^2 \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \xi} + \frac{\partial\left(\frac{1}{2} V_1^2\right)}{\partial \xi} \right] \xi_0, \quad (13a)$$

$$grad H = \frac{1}{\sqrt{g}} \left\{ \frac{\partial H}{\partial \xi} \xi_0 + \left[\frac{\partial\left(\frac{1}{2} V_2^2\right)}{\partial \eta} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right] \eta_0 \right\}, \quad (12b)$$

$$[V \times rot V] = \frac{V_2}{g} \frac{\partial(\sqrt{g}V_2)}{\partial \eta} [\xi_0 \times x_{03}] = \frac{1}{\sqrt{g}} \left[\frac{1}{2} V_2^2 \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \eta} + \frac{\partial\left(\frac{1}{2} V_2^2\right)}{\partial \eta} \right] \eta_0, \quad (13b)$$

Результатом подстановки формул (12a, b - 13a, b) в уравнение (2) являются следующие две системы скалярных уравнений:

$$\frac{\partial H}{\partial \eta} = 0, \quad (14a)$$

$$\frac{1}{2} V_1^2 \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \xi} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}, \quad (15a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \xi} = 0, \quad (14b)$$

$$\frac{1}{2} V_2^2 \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \eta} = \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}. \quad (15b)$$

Уравнения (14a, b) выражают собой существование интегралов энергии при движении по геодезическим. Действительно, из уравнения (14a), например, следует, что при движении по линиям $\xi = const$ гамильтониан может зависеть только от переменной ξ , т. е. от того, по какой линии из бесконечного семейства $\xi = const$ движется точка и при этом его значение фиксировано: $H = h(\xi)$ и не меняется во всё время движения. Это же относится и к уравнению (14b) с той только разницей, что здесь $H = h(\eta)$.

Далее, уравнения (15a) и (15b) в сущности представляют собой выражения для нормального (относительно траектории) ускорения точки, обобщающие формулу Гюйгенса для центростремительного (или центробежного) ускорения. Действительно, можно показать, что

$$\frac{1}{2g\sqrt{g}} \frac{\partial g}{\partial \xi} = \frac{1}{R_1}, \quad \left(\frac{1}{2g\sqrt{g}} \frac{\partial g}{\partial \eta} = \frac{1}{R_2} \right),$$

где $R_{1,2}$ - локальные радиусы кривизны соответствующих геодезических: $\xi = const$ и $\eta = const$.

Отсюда уравнения (15a) и (15b) можно переписать в форме Гюйгенса:

$$a_{n1,2} = \frac{V_{1,2}^2}{R_{1,2}},$$

где $a_{n1,2}$ - нормальные составляющие ускорения материальной точки, которые она испытывает при движении по криволинейным траекториям, принадлежащим соответствующим семействам.

Однако сразу же отметим, что эта форма крайне неудобна для интегрирования, и нужно пользоваться непосредственно уравнениями (15а, б), в которых локальный радиус кривизны факторизован функциями, также связанными с локальной кривизной, но наиболее удобным для интегрирования образом, предлагающим переход на комплексную плоскость W .

Итак, из существования интегралов энергии мы определили, что, следуя формуле (3), имеем:

$$h(\xi) = \frac{1}{2} V_1^2 + \varphi, \quad (16a)$$

$$h(\eta) = \frac{1}{2} V_2^2 + \varphi, \quad (16b)$$

Выражая отсюда «кинетическую энергию» $\frac{1}{2} V_{1,2}^2$ и подставляя её в уравнения (15а, б), получим условия совместности для уравнений каждой системы:

$$h(\xi) = \frac{\frac{\partial(g\varphi)}{\partial \xi}}{\frac{\partial g}{\partial \xi}}, \quad (17a)$$

$$h(\eta) = \frac{\frac{\partial(g\varphi)}{\partial \eta}}{\frac{\partial g}{\partial \eta}}, \quad (17b)$$

которые есть не что иное, как условия интегрируемости уравнения (2) в рамках принятых ограничений.

Это и есть те основные уравнения, изображения которых нужно получить теперь на комплексной плоскости W .

Существенно важной частью выполнения курсовой работы является построение графика функции гамильтониана по формулам (17а), (17б) с помощью средств среды MATLAB. Например, формула (17а) относится к движению точки по линиям $\xi = const$ (переменной в данном случае является координата η). Это предполагает, что, используя правую часть формулы (17а) для построения графика изменения полной энергии точки при ее движении по линиям $\xi = const$, переменная ξ фиксируется, а переменная η варьируется. Для точного решения задачи график функции $h(\xi, \eta)$, где переменная ξ фиксируется, а η меняется в нужных пределах, будет представлять собой прямую линию (полная энергия материальной точки сохраняется, так как система консервативная), параллельную оси абсцисс (ось η). Если задача решена приближенно, то график будет отклоняться от этой прямой линии. В сущности, мера

отклонения графика от указанной прямой и будет в каком-то смысле мерой точности решения поставленной задачи.

4. Движения с нулевым гамильтонианом.

С точки зрения перехода на комплексную плоскость W уравнения (17а, б) обладают необходимой симметрией, и главным здесь является то, что в правых частях уравнений дифференцируется произведение неизвестной функции $\mathcal{G}$ и заданной функции φ . Именно это составляет предпосылку, необходимую для того, чтобы связать потенциал φ с функцией W на комплексной плоскости W и отобразить там, таким образом, ортогональные семейства траекторий плоских движений.

Это возможно благодаря тому обстоятельству, что все входящие в уравнения (17а, б) величины выражаются через функцию W .

В самом деле, во-первых, благодаря формулам (7, 10) квадрат расстояния от начала до любой точки на плоскости выражается соотношением:

$$r_0^2 = W\bar{W}, \quad (18)$$

где, как и везде далее, чертой над символом обозначена операция комплексного сопряжения. Во-вторых, квадрат расстояния от точки с декартовыми координатами (a_1, a_2) до любой другой точки на плоскости также выражается через неизвестную функцию W :

$$r^2 = (W - a)(\bar{W} - \bar{a}), \quad (19)$$

где $a = a_1 + ia_2$.

Далее, $g_{\eta\eta}$ и $g_{\xi\xi}$ по определению есть не что иное, как

$$\begin{aligned} g_{\eta\eta} &= \left(\frac{\partial x_1}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \eta} \right)^2, \\ g_{\xi\xi} &= \left(\frac{\partial x_1}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \xi} \right)^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Как и должно быть, отсюда, в частности, видно, что условие (4) эквивалентно условиям Коши-Римана (9).

Производную первого порядка на комплексной плоскости θ от искомой функции можно представить в двух эквивалентных формах:

$$\begin{aligned} W' &= \frac{dW}{d\theta} = \frac{\partial x_1}{\partial \eta} + \frac{\partial x_2}{\partial \eta}, \\ W' &= i \left(\frac{\partial x_1}{\partial \xi} + i \frac{\partial x_2}{\partial \xi} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Из сравнения (20) и (21) заключаем, что

$$g = W\bar{W}'. \quad (22)$$

Соотношение (19) позволяет связать также и известную (заданную преподавателем) функцию φ с неизвестной функцией W .

Если центр сил смещён относительно начала, то φ есть функция расстояния r :

$$\varphi = \pm F(r),$$

где F - заданная условиями задачи, вообще говоря, произвольная функция.

Поскольку r связано с W формулой (19), то имеем отсюда:

$$\varphi = \pm F\left(\sqrt{W-a}\sqrt{\bar{W}-\bar{a}}\right), \quad (23)$$

где a может принимать и нулевое значение, если центр внешних сил совпадает с началом.

Замечаем, что величины, относящиеся к геометрическим характеристикам траекторий относительно начала (18, 22) и центра сил (19), выражаются факторизированными формулами с комплексно сопряжёнными сомножителями.

Предъявим к потенциальной функции аналогичное требование:

$$\varphi = \pm F\left(\sqrt{W-a}\right)F\left(\sqrt{\bar{W}-\bar{a}}\right) = \pm F\bar{F}, \quad (24)$$

которое, конечно, накладывает серьёзные ограничения на аналитический вид потенциалов, но зато предлагает очень простой способ перехода на комплексную плоскость.

Вместе с тем наиболее интересный случай степенных функций удовлетворяет введённому требованию, благодаря которому мы можем записать:

$$g\varphi = \pm Z\bar{Z}, \quad (25)$$

где

$$Z = FW'.$$

Из формул (16) явствует, что движения с нулевым гамильтонианом достигаются только в случае отрицательных потенциалов, которые, следовательно, при отрицательных степенях соответствуют силам притяжения (почему?), а при положительных - силам отталкивания (почему?).

Переход на комплексную плоскость W от уравнений (17а, б), когда в их левой части стоят

нули ($h(\xi) = 0, h(\eta) = 0$), притом что $\frac{\partial g}{\partial \xi}, \frac{\partial g}{\partial \eta} \neq 0$, не требует больших усилий и приводит, как и

должно быть, к одному и тому же уравнению для обоих видов движений:

$$FW' = C, \quad (g\varphi = C^2) \quad (26)$$

где C - константа.

В случае отсутствия внешних сил ($F = const$) уравнение (26) даёт решения

$$W = C\theta, \quad (C = C_1 + iC_2) \quad (27)$$

с постоянными значениями g , и уравнения (17а, б) удовлетворяются при произвольных ненулевых значениях гамильтониана.

Поскольку из формулы (27) следует, что

$$x_1 = C_1\eta + C_2\xi, \quad x_2 = C_2\eta - C_1\xi,$$

то геодезическими пустого пространства являются два взаимно ортогональных семейства прямолинейных траекторий. При фиксированном ненулевом уровне энергии точка движется по ним с постоянной скоростью. Следовательно, галилеев закон инерции содержится в вихревом уравнении движения.

Перейдём теперь к движениям с нулевым гамильтонианом и $g \neq const$.

Для степенных и нормированных потенциальных функций с силовым центром в начале

$$\varphi = -r_0^\alpha,$$

где α - любое вещественное число, согласно формуле (18), имеем:

$$F = W^{\alpha/2}.$$

Отсюда, принимая $(1 + \alpha/2)C$ в (33) за единицу, получим уравнение

$$W^{\alpha/2} dW = \frac{d\theta}{(1 + \alpha/2)},$$

откуда для $\alpha \neq -2$ имеем:

$$W = \theta^{2/\alpha+2}. \quad (28)$$

Для $\alpha = -2$ находим отдельно:

$$W = e^\theta. \quad (29)$$

Дальнейший ход интегрирования сводится к квадратурам и в принципе ничем не отличается от интегрирования прямолинейных движений.

Покажем его на примере движений по геодезическим $\xi = const$ (случай а)).

Поскольку

$$V_1 \equiv \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\eta} \cdot \frac{d\eta}{dt} = \sqrt{g} \frac{d\eta}{dt}, \quad (30a)$$

где s - натуральный параметр (длина дуги траектории), то имеем отсюда равенство:

$$dt = \frac{\sqrt{g}}{V_1} d\eta.$$

Принимая начальные условия движения для геодезической $\xi = const$ такие, что $\eta = 0$ при $t = 0$, получим

$$t = \int_0^\eta \frac{\sqrt{g}}{V_1} d\eta. \quad (31a)$$

Движения с нулевым гамильтонианом с учетом формул (16) предполагают, что

$$\frac{1}{2}V_1^2 + \varphi = 0,$$

откуда

$$V_1 = \sqrt{-2\varphi}, (\varphi < 0).$$

Отсюда и из формулы (31a) имеем:

$$t = \int_0^\eta \sqrt{\frac{g}{-2\varphi}} d\eta.$$

Выше было показано (см. (26)), что при нулевом гамильтониане имеет место формула

$\varphi = C^2/g$. Следовательно, окончательно имеем:

$$t = \frac{1}{\sqrt{2C}} \int_0^\eta g d\eta. \quad (32a)$$

Для $\varphi = -r_0^\alpha$ последняя формула превращается в соотношение:

$$t = \frac{\sqrt{2}}{(\alpha + 2)} \int_0^\eta (x^2 + \xi^2)^{-\alpha/(\alpha+2)} dx, \quad (33a)$$

где ξ - фиксированный численный параметр.

Очевидно, что формулы (32a) и (33a) позволяют вычислить время движения точки, переместившейся по вихревой (криволинейной) линии $\xi = const$ из точки с координатой $\eta = 0$ в точку с координатой η . Эти формулы являются расчетными для выполнения курсовой работы.

5. Вывод формул для отображения траекторий материальной точки в поле сил симметризованного потенциала

Применим метод отображения траектории на комплексной плоскости W .

Исходный потенциал:

$$\varphi_{pr} = -\frac{1}{r_0} - \frac{a^2}{r_1^2}$$

Отображением потенциала на комплексную плоскость будет:

$$F = \frac{1}{\sqrt{w}} + \frac{a}{(\sqrt{w} + 1)^3}$$

Т.к. гамильтониан равен 0, мы можем записать:

$$FW' = C, \quad \text{где}$$

$C = \exp(i \cdot \rho)$ - константа, ρ - значение угла «падения» материального объекта.

Т.е.

$$dw \left[\frac{1}{\sqrt{w}} + \frac{a}{(\sqrt{w+1})^3} \right] = C \cdot d\theta$$

Проинтегрировав, получаем:

$$2 \cdot \sqrt{w} + \frac{2 \cdot a}{\sqrt{w-1}} = C \cdot \theta$$

Для удобства вычислений обозначим за $t = \frac{C}{2} \cdot \theta$ получим следующее:

$$\sqrt{w} + \frac{a}{\sqrt{w-1}} = t$$

Для упрощения нахождения коэффициентов полинома относительно w , были проведены следующие операции над уравнением:

$$\begin{aligned} \sqrt{w \cdot (w-1)} - a &= t \cdot \sqrt{w-1} \\ w \cdot (w-1) - 2 \cdot a \cdot \sqrt{w(w-1)} + a^2 &= t^2 \cdot (w-1) \\ (w-1) \cdot (w-t^2) + a^2 &= 2 \cdot a \cdot \sqrt{w(w-1)} \\ (w-1)^2 \cdot (w-t^2)^2 + 2a^2 \cdot (w-1) \cdot (w-t^2) + a^4 &= 4 \cdot a^2 \cdot w \cdot (w-1) \\ (w^2 - 2 \cdot w + 1) \cdot (w^2 - 2 \cdot w \cdot t^2 + t^4) + (2 \cdot a^2 \cdot w - 2 \cdot a^2) \cdot (w-t^2) + a^4 - 4 \cdot a^2 \cdot w^2 + 4 \cdot a^2 \cdot w &= 0 \end{aligned}$$

Теперь для полученного уравнения необходимо найти корни и, изменяя переменные η и ζ , входящие в состав предыдущего уравнения в виде $\theta = \eta + i \cdot \zeta$, построить семейство траекторий движения точки.

6. Построение геометрической картины движения материальной точки

Для нахождения корней уравнения было необходимо привести исходное уравнение к полиному n -ой степени, для того чтобы дальше, используя коэффициенты при соответствующих степенях, найти решения уравнения.

6.1 Определения коэффициентов полинома

Для приведения уравнения к полиному n -ой степени относительно w и определения его коэффициентов были использованы стандартные функции MatLab:

```
syms a t w q q1
q=expand((w-1)^2*(w-t^2)^2+2*(w-1)*(w-t^2)*a^2+a^4-4*a^2*(w^2-w));
q=collect(q,w)
pretty(q)
```

6.2 Нахождение и отображение корней

Для нахождения корней уравнения в численном виде была создана следующая функция, в которой для каждого значения η из интервала $[-5:5]$ с шагом 0,01, используя полученные коэффициенты полинома, с помощью функции MatLab roots(a) находятся корни уравнения и записываются в массив для дальнейшего использования.

```
function f=patencial(a,ksi1,p1)
ksi=ksi1;
p=p1;
c=exp(i*p);
l=1;
for(eta=-5:0.01:5)
    tetha=eta+i*ksi;
    t=c*tetha;
    a4=1;
    a3=-2*t^2-2;
    a2=-2*a^2+t^4+1+4*t^2;
    a1=-2*t^4-2*a^2*t^2-2*t^2+2*a^2;
    a0=a^4+t^4+2*a^2*t^2;
    a=[a4 a3 a2 a1 a0];
    array=roots(a);
    for(n=1:4)
        mass(l)=array(n);
        l=l+1;
    end
end
end
```

6.3 Построение семейства решений на одной плоскости

Для построения семейства решений была использована стандартная функция MatLab – plot(x,y). Это демонстрирует следующий кусок скрипта функции patncial:

```
figure
for (t=1:4004)
    plot(real(mass(t)),imag(mass(t)),'r');
    hold on;
end
plot(real(0),imag(0),'Hk');
hold on;
plot(real(1),imag(0),'Hk');
```

hold on;

6.4 Графический интерфейс

Для создания графического интерфейса была выбрана среда разработки **GUIDE (Graphical User Interface development environment)**, которая позволяет пользователю программировать графический интерфейс для своего приложения MATLAB.

GUIDE поддерживает визуальную компоновку (Drag&Drop) и непосредственный просмотр GUI в процессе компоновки. GUIDE сохраняется в двух файлах .fig и .m при первой попытке запуска приложения. **FIG файл** с расширением .fig содержит описание компоновки окна и его объектов **M файл** с расширением .m содержит callback функции элементов управления.

Внешний вид интерфейса пользователя:

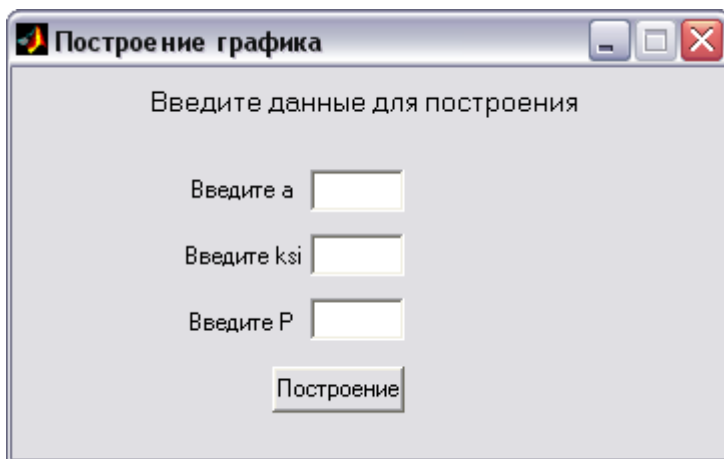


Рис.1 – интерфейс пользователя.

Содержание .m файла интерфейса GUIDE:

```
...  
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)  
% hObject    handle to pushbutton1 (see GCBO)  
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB  
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)  
a=str2double(get(handles.edit1,'String'));  
ksi=str2double(get(handles.edit2,'String'));  
p1=str2double(get(handles.edit3,'String'));  
p=pi*p1/180;  
patncial(a,ksi,p);  
...
```

7. Примеры построения траекторий

При $a=1$, $\zeta = 0.1$ и $P=0$ градусов.

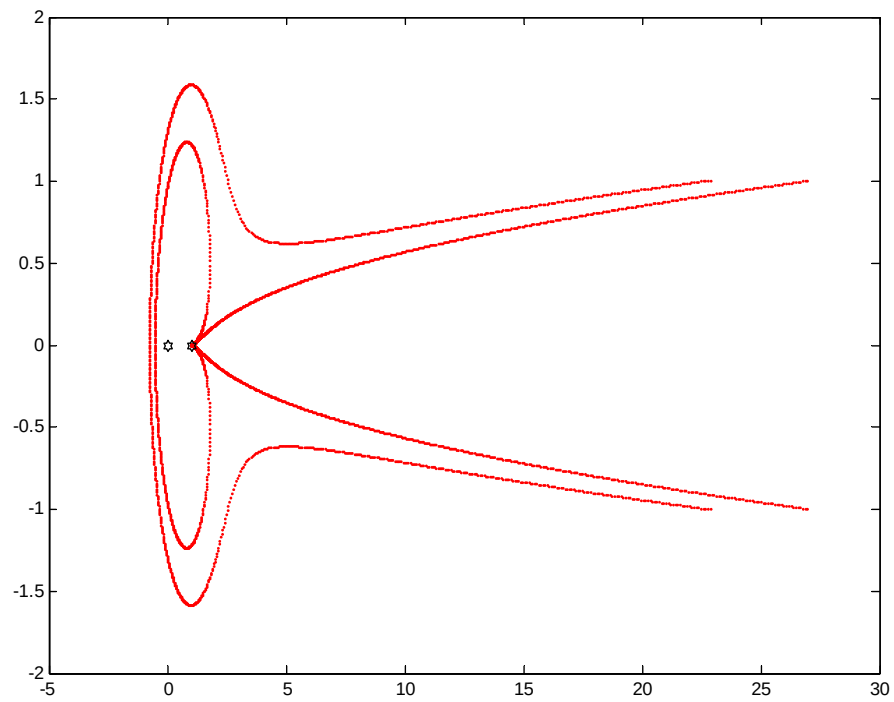


Рис.2 – график семейства решений уравнения.

При $a=1$, $\zeta = 0.1$ и $P=30$ градусов.

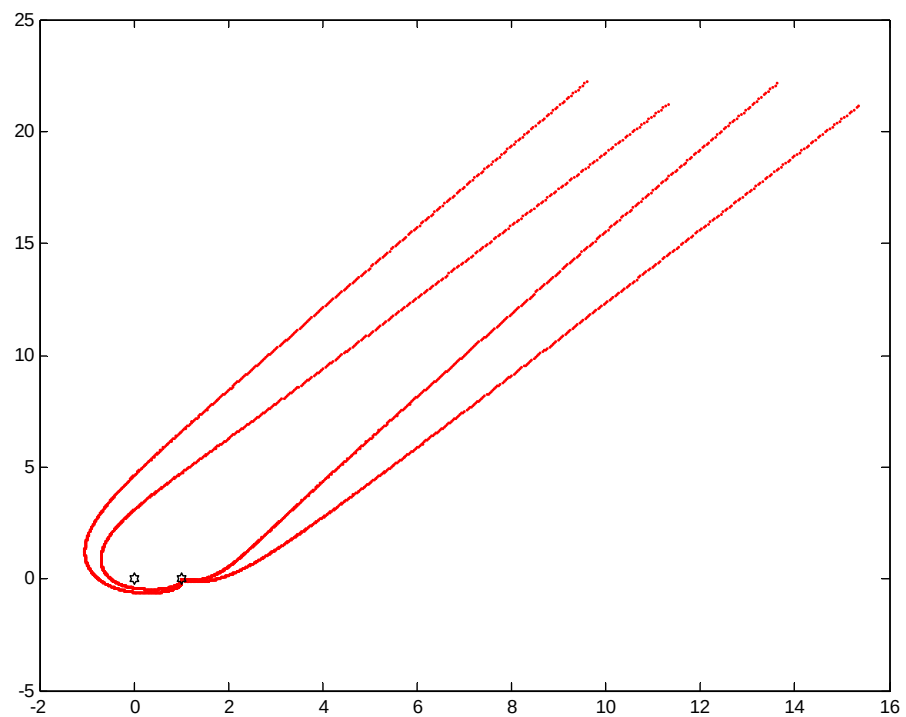


Рис.3 – график семейства решений уравнения.

При $a=1$, $\zeta = 0.1$ и $P=90$ градусов.

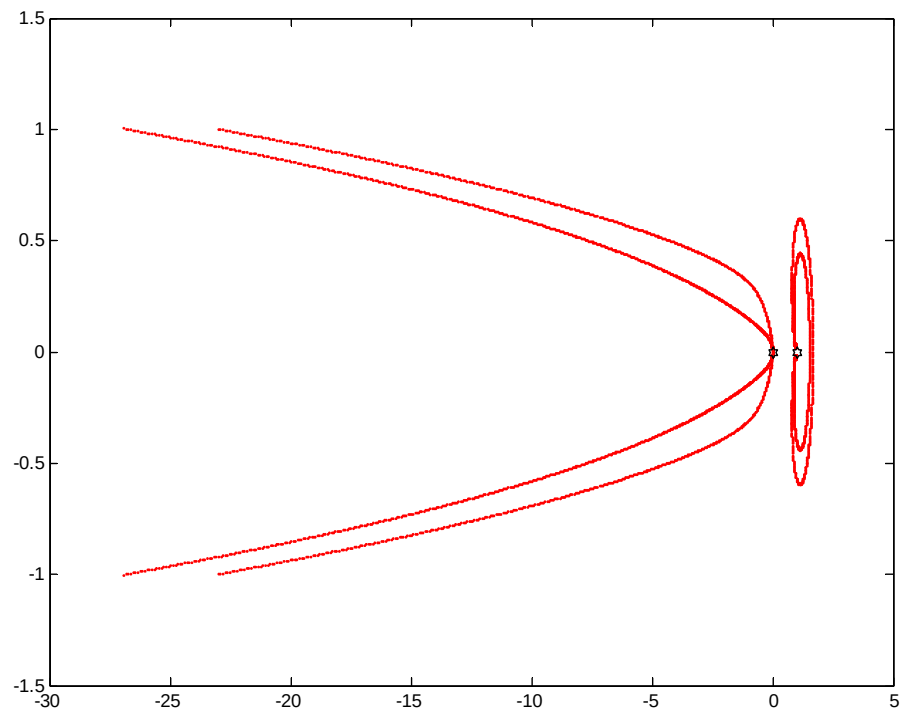


Рис.4 – график семейства решений уравнения.

При $a=1$, $\zeta = 0.3$ и $P=0$ градусов.

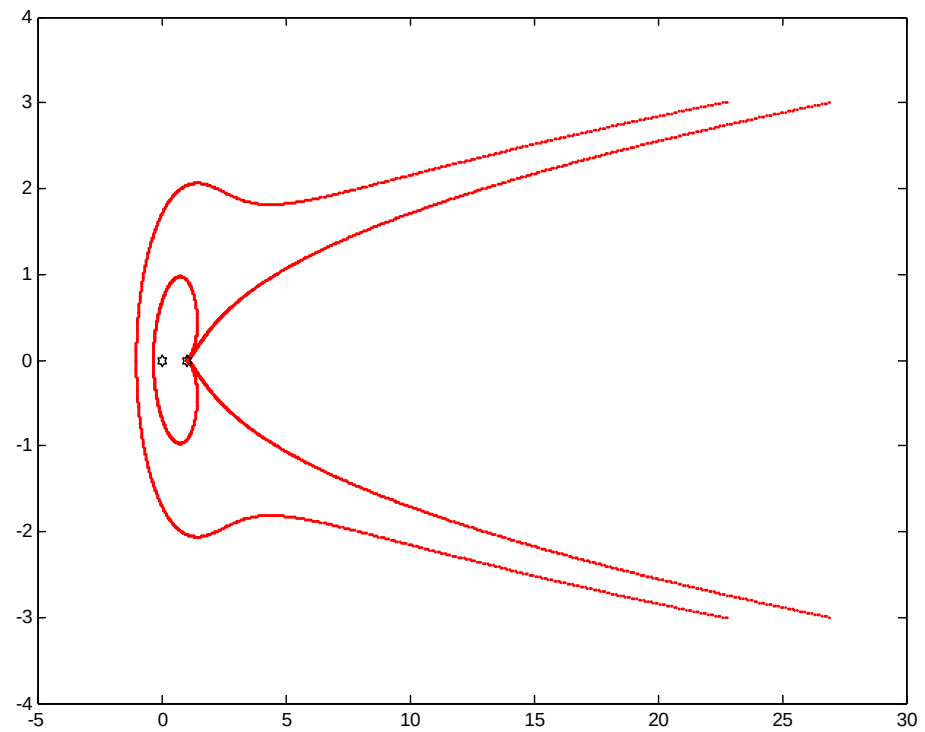


Рис.5 – график семейства решений уравнения.

При $a=1$, $\zeta = 0.3$ и $P=30$ градусов.

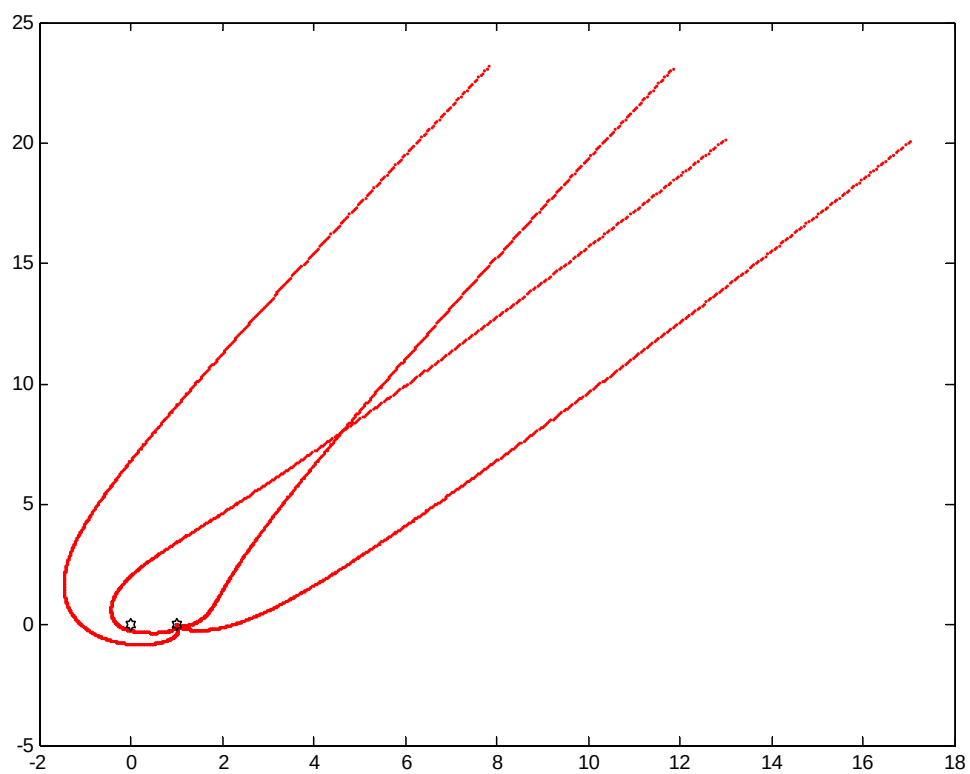


Рис.6— график семейства решений уравнения.

При $a=1$, $\zeta = 0.3$ и $P=45$ градусов.

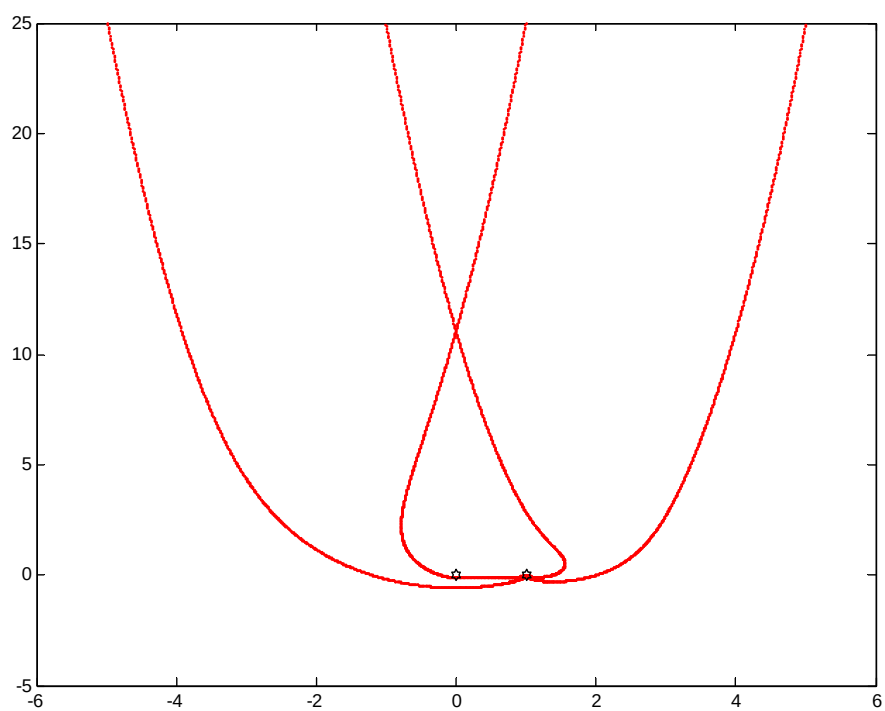


Рис.7— график семейства решений уравнения.

При $a=1$, $\zeta = 0.5$ и $P=0$ градусов.

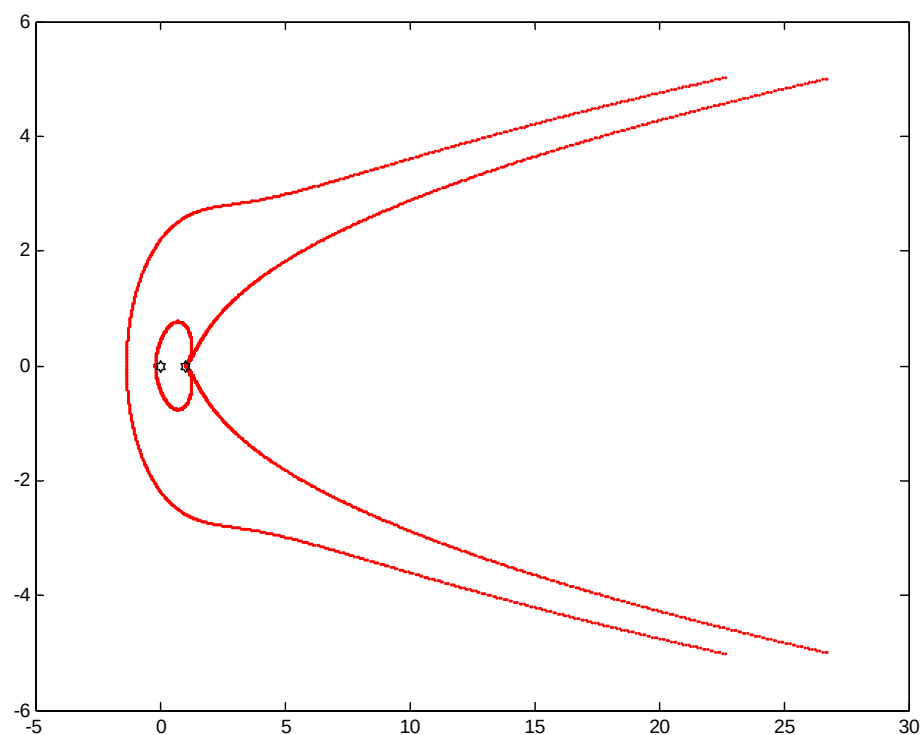


Рис.8– график семейства решений уравнения.

При $a=1$, $\zeta = 0.5$ и $P=45$ градусов.

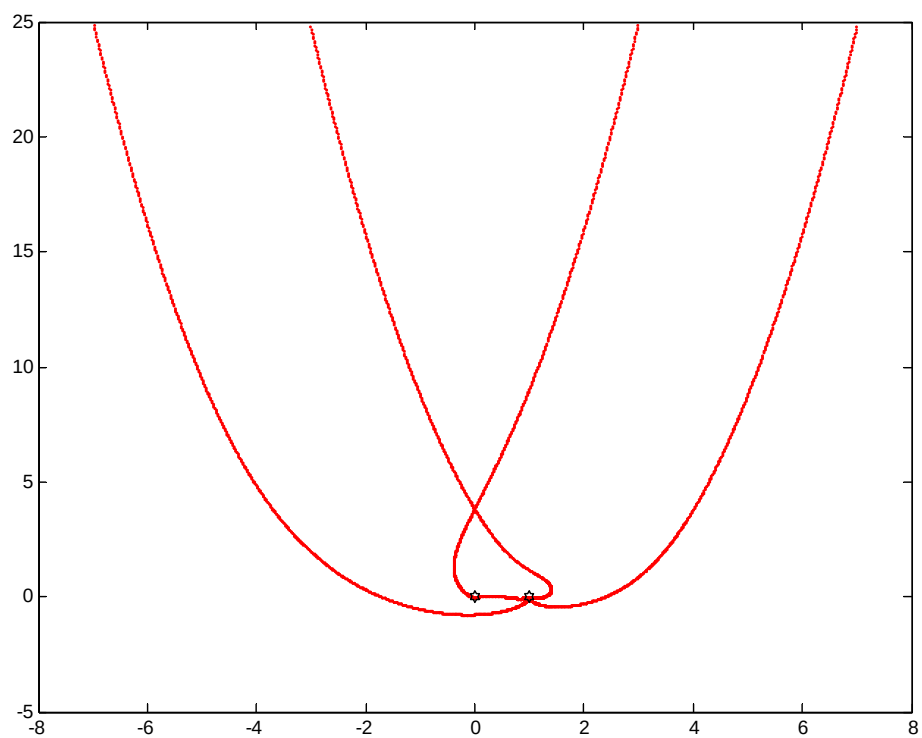


Рис.9– график семейства решений уравнения.

При $a=1$, $\zeta = 0.5$ и $P=60$ градусов.

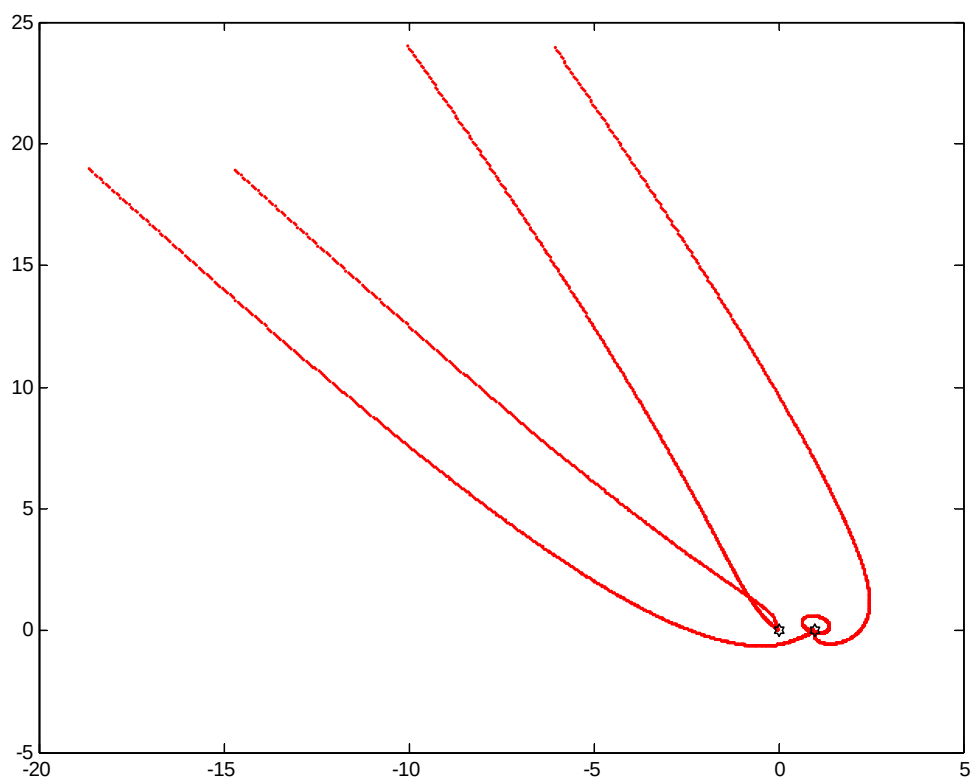


Рис.10– график семейства решений уравнения.

Compiled and powered by PineLab (wow-only.ru)